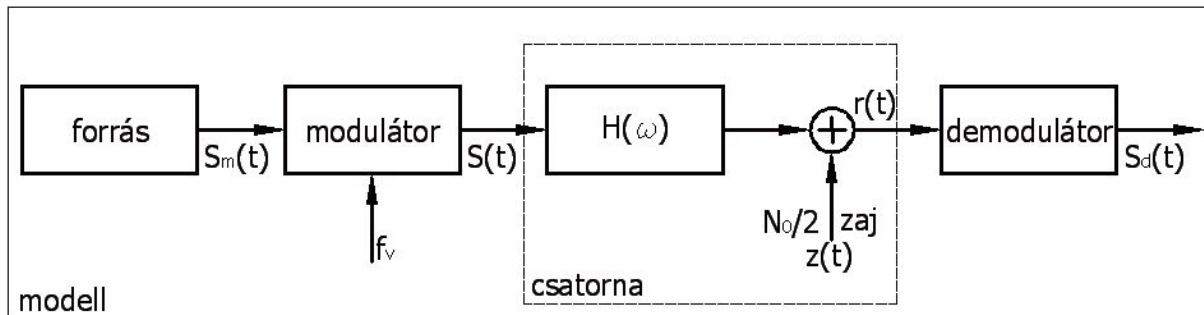


# Analóg modulációk



Ahol  $S_m(t)$  a moduláló jel, az  $S(t)$  a modulált jel,  $H(\omega)$  a csatorna átviteli függvénye,  $z(t)$  additív Gaussi-zaj,  $r(t)$  a vett jel és  $S_d(t)$  a demodulált jel.

A moduláció célja: kisugározhatóság, csatornamegosztás frekvenciában (időben, kódban...).

$S_d(t)$  demodulált jel legyen torzítatlan [kapjuk vissza  $S_m(t)-t$ ], sáv szélessége legyen minimális ( $B_{RF}$ ), adóteljesítmény legyen minimális (energiatakarékosság), a kimeneti jel-zaj viszony legyen maximális ( $S/N_d$ ).

Az általános modulált jel:

$$S(t) = a(t) \cdot \cos[\Theta(t)]$$

Ha  $a(t) \leftarrow S_m(t)$  akkor amplitúdó modulációról, ha  $\Theta(t) \leftarrow S_m(t)$  akkor szögmodulációról beszélünk.

## Amplitúdó moduláció – AM:

$\Theta(t) = \omega_v \cdot t + \Phi(t)$  ahol  $\Phi(t)$  lehet nulla. Ekkor  $S(t) = a(t) \cdot \cos(\omega_v \cdot t)$ . Ha ezt Fourier-transzformáljuk, akkor a következőt kapjuk (felhasználva a cos függvény Euler-féle egyenletét):

$$\mathfrak{S}\{S(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} S(t) \cdot e^{-j\omega t} dt = \frac{1}{2} \cdot A(f - f_v) + \frac{1}{2} \cdot A(f + f_v)$$

AM-DSB-NSC: Amplitúdó Moduláció – Két Oldalsáv – Nem Elnyomott Vivővel:

$$a(t) = U_v + S_m(t) \Rightarrow S(t) = [U_v + S_m(t)] \cdot \cos(\omega_v \cdot t) = U_v \cdot \cos(\omega_v \cdot t) + S_m(t) \cdot \cos(\omega_v \cdot t)$$

A spektruma pedig:

$$S(f) = U_v \cdot \delta(f - f_v) + S_m(f) * \left[ \frac{1}{2} \delta(f - f_v) + \frac{1}{2} \delta(f + f_v) \right] \text{ ahol } U_v \text{ a vivő jelszintje.}$$

Ha a moduláló jel szinuszos, akkor:

$$S_m(t) = U_m \cdot \cos(\omega_m \cdot t) \text{ ahol } U_m \text{ a moduláló jel jelszintje.}$$

Behelyettesítve ezt a modulált jel kifejezésébe:

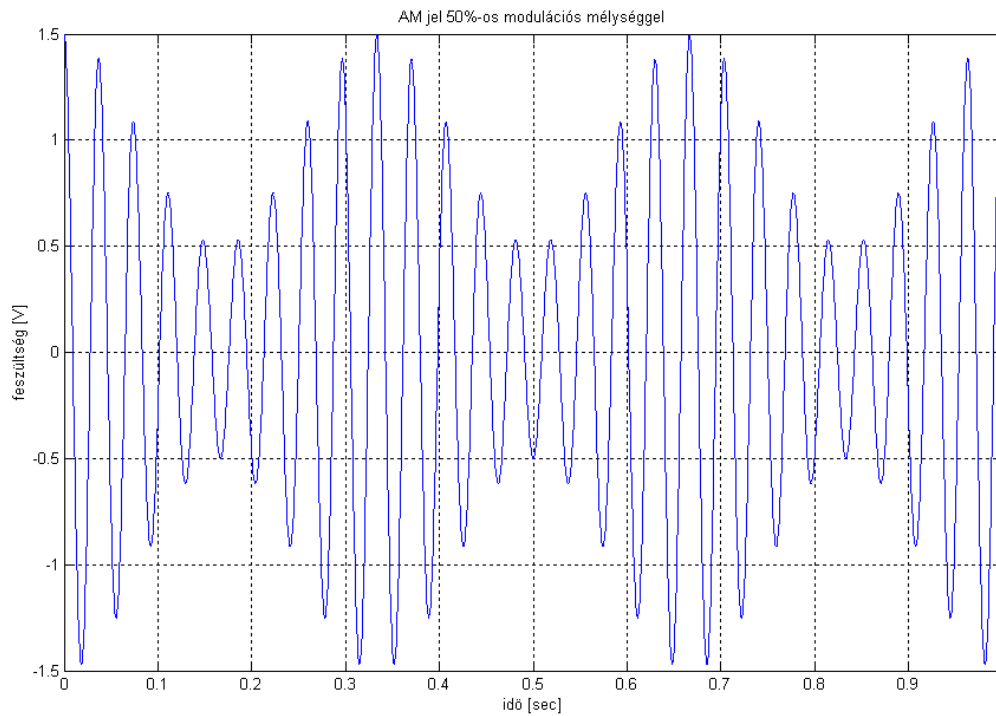
$$S(t) = U_v \cdot \cos(\omega_v \cdot t) + U_m \cdot \cos(\omega_m \cdot t) \cdot \cos(\omega_v \cdot t)$$

$$S(t) = U_v \cdot \cos(\omega_v \cdot t) + U_m \cdot \frac{1}{2} \cdot \{ \cos[(\omega_v - \omega_m) \cdot t] + \cos[(\omega_v + \omega_m) \cdot t] \}$$

Ennek (egyoldalas) spektruma pedig:

$$S(f) = U_v \cdot \delta(f - f_v) + U_m \cdot \frac{1}{2} \cdot \{ \delta[f - (f_v - f_m)] + \delta[f - (f_v + f_m)] \}$$

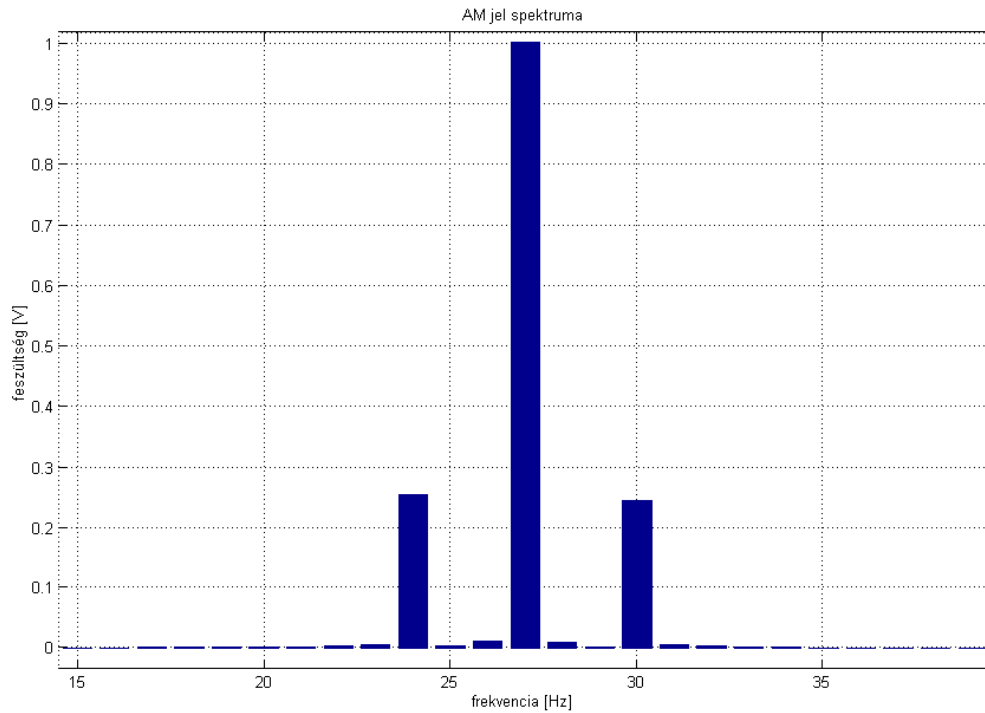
A modulált jel időtartománybeli alakja a következő:



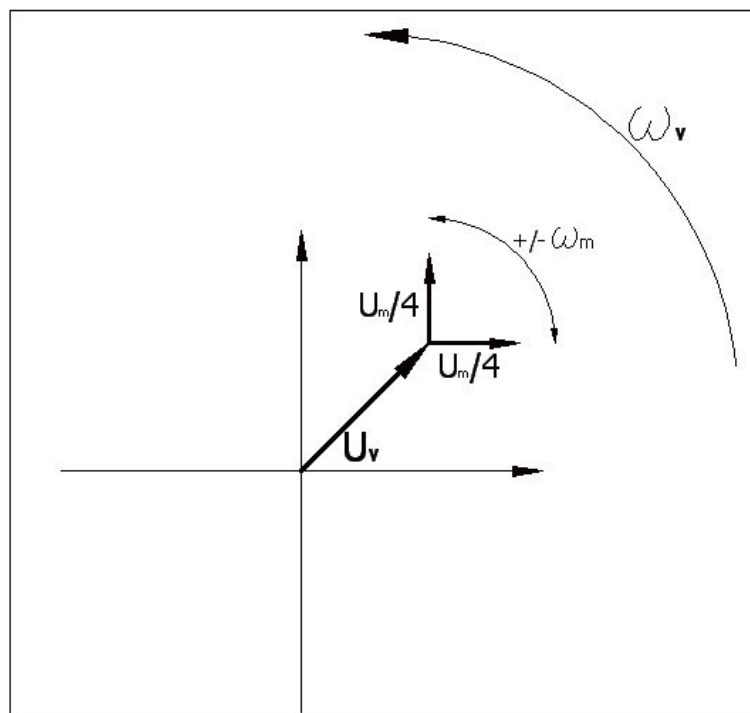
Ebben az esetben a modulációs mélység a következő:

$$m = \frac{U_m}{U_v} \leq 100\%$$

Az előbbi jel spektruma:

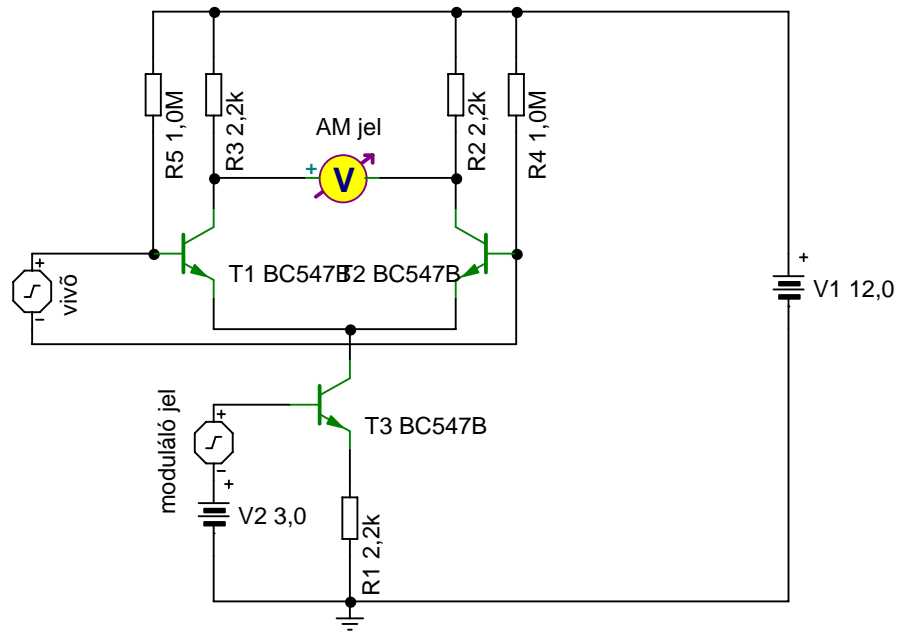


A vivőfrekvenciával forgó koordináta rendszerben vektoriálisan pedig:

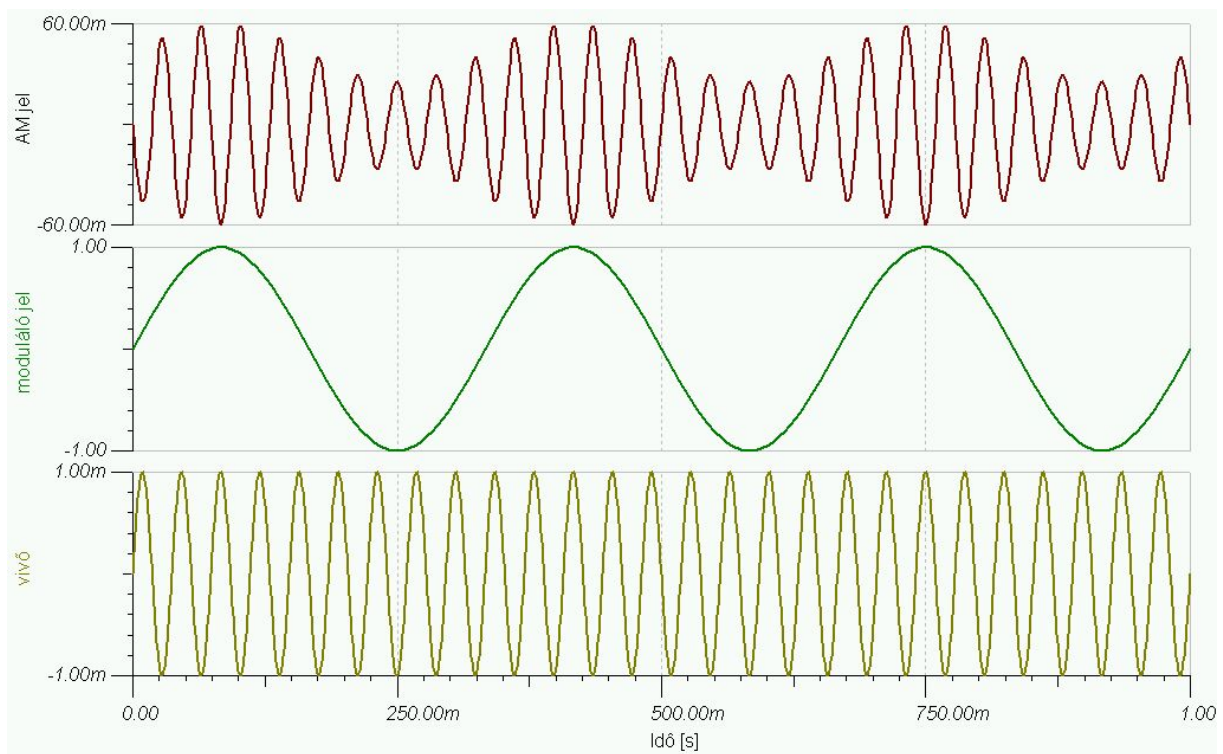


A modulátor és a demodulátor gyakorlati megvalósításai a következők:

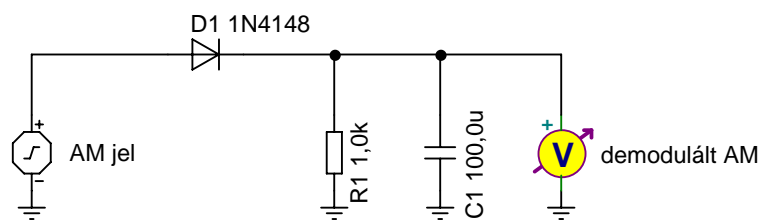
A modulátor egy olyan differenciál erősítő, melynek erősítését a moduláló jel ütemében változtatjuk (a két felső tranzisztor emitterárama megváltozik, és ennek hatására a fokozat erősítése is).



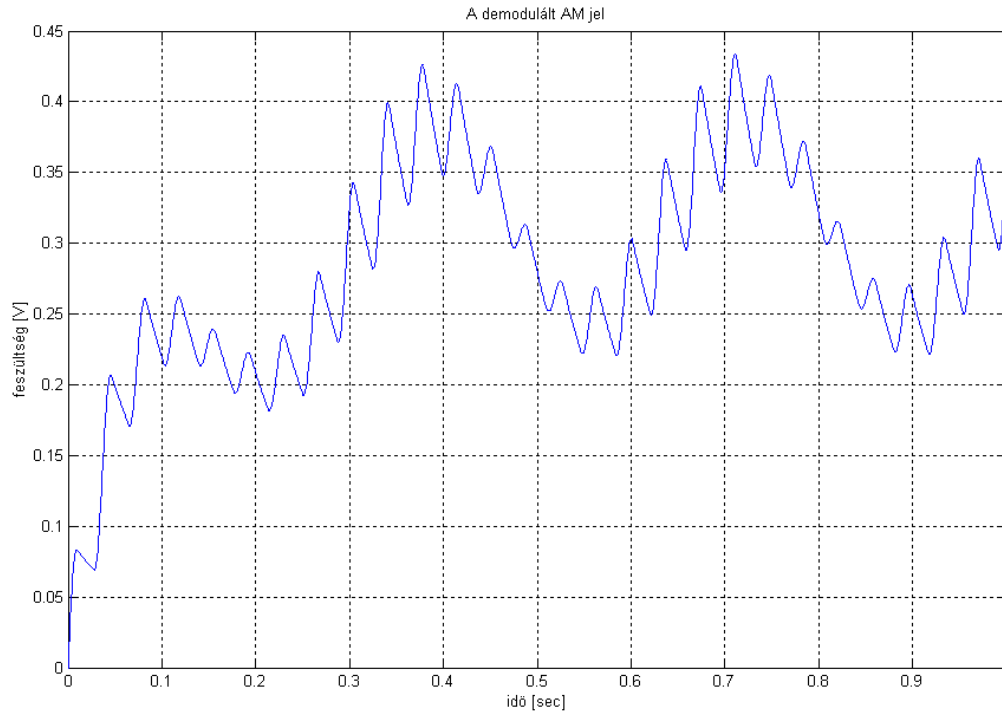
A modulátor



A modulátor be- és kimeneti jelei



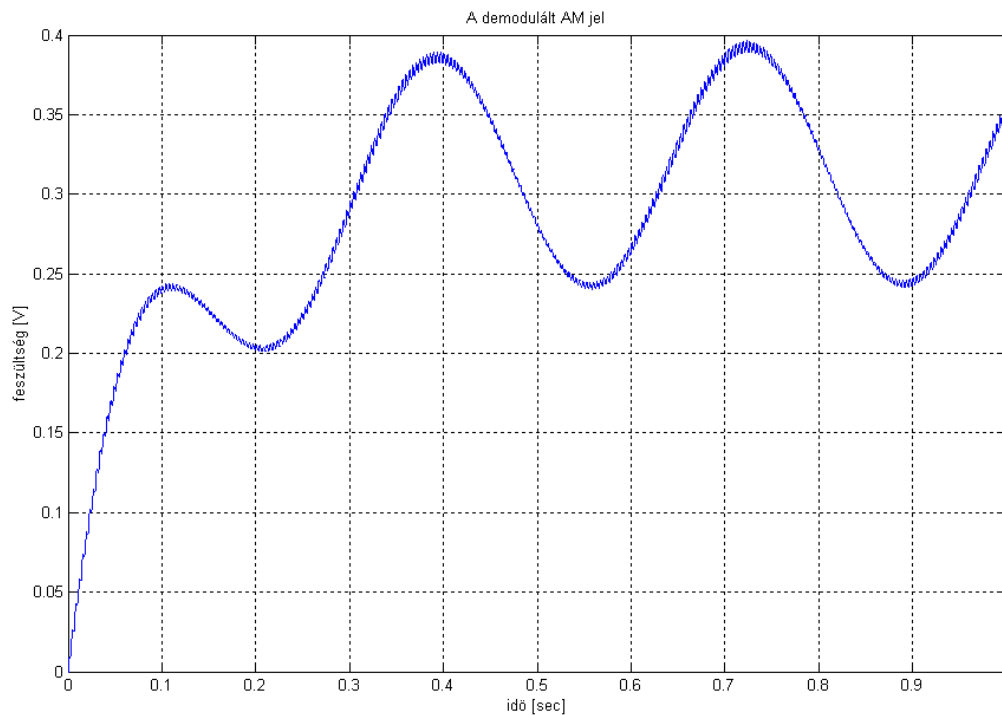
A diódás demodulátor



A demodulált AM jel

Az előző ábrán látható AM jel esetén a vivőfrekvencia 27, a moduláló frekvencia 3 Hz volt. Ilyen frekvenciák mellett az aluláteresztő szűrő nem képes hatékonyan szűrni, azonban a gyakorlatban a moduláló és a vivőjel frekvenciája között legalább két nagyságrend különbség szokott lenni.

Ha a vivő frekvenciáját 10-szeresére emeljük, akkor a demodulált jel a következő lesz:



Ami a bekapcsolási tranziens lecsengése után torzítatlannak mondható.

AM-DSB-SC = Elyomott vivőjű kétoldalsávós AM jel:

Mivel a vivő nem hordoz információt, emiatt energiát spórolunk, ha nem sugározzuk ki csak a két oldalsávot. Az ennek megfelelő moduláló jel:  $a(t) = S_m(t)$ .

A modulált jel  $S(t) = S_m(t) \cdot \cos(\omega_v \cdot t)$ .

A modulált jel spektruma pedig:

$$S(f) = S_m(f) * \left[ \frac{1}{2} \delta(f - f_v) + \frac{1}{2} \delta(f + f_v) \right].$$

Ha a moduláló jel szinuszos, akkor:  $S_m(t) = U_m \cdot \cos(\omega_m \cdot t)$ .

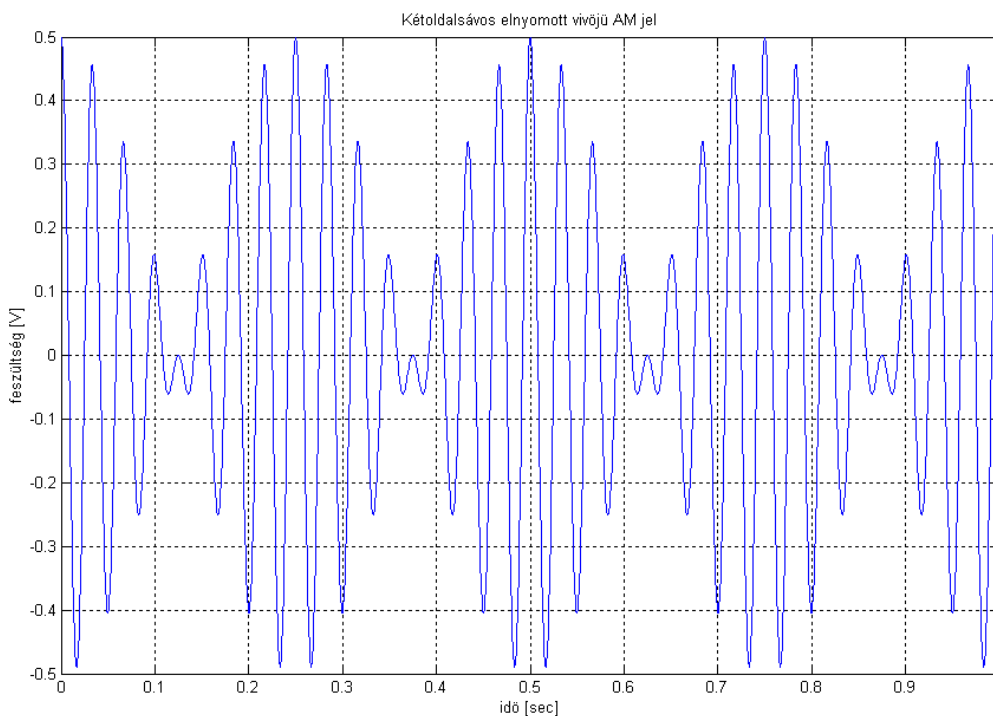
Behelyettesítve ezt a modulált jel kifejezésébe:

$$S(t) = U_m \cdot \cos(\omega_m \cdot t) \cdot \cos(\omega_v \cdot t)$$

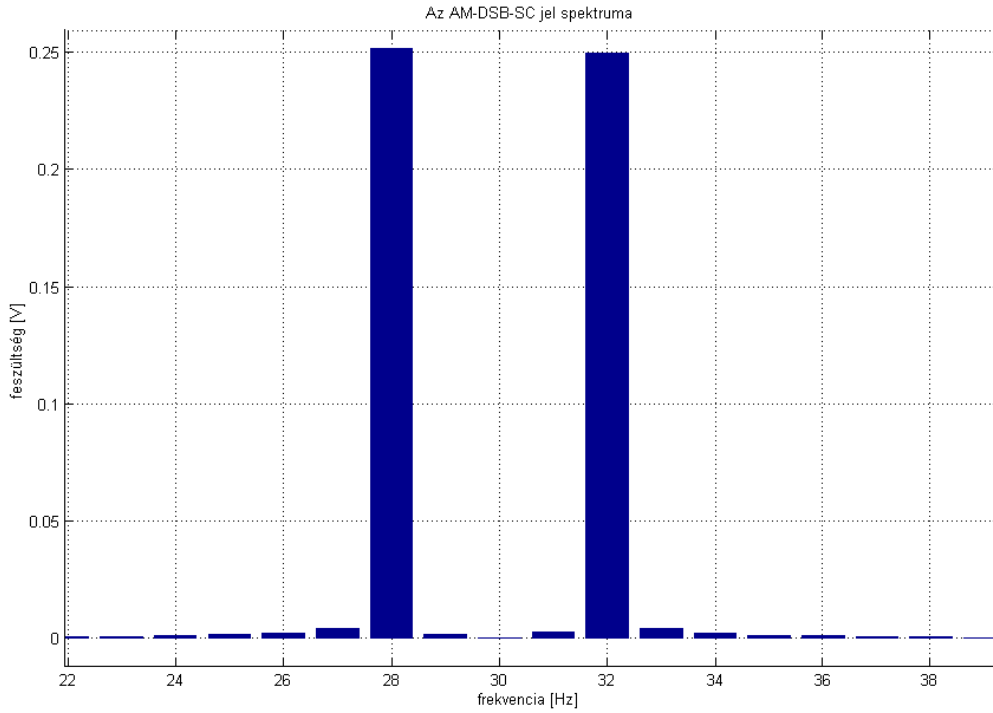
$$S(t) = U_m \cdot \frac{1}{2} \cdot \{ \cos[(\omega_v - \omega_m) \cdot t] + \cos[(\omega_v + \omega_m) \cdot t] \}$$

Ennek (egyoldalas) spektruma pedig:

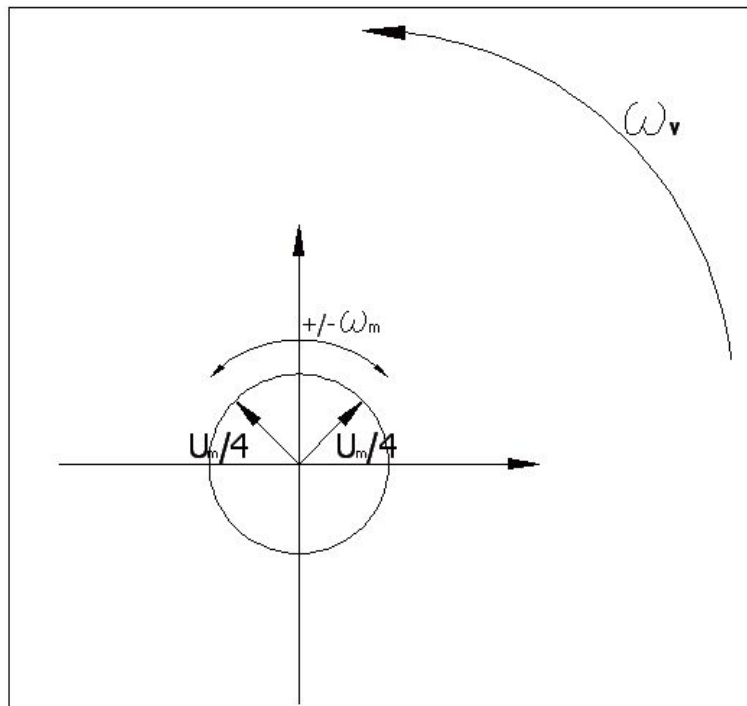
$$S(f) = U_m \cdot \frac{1}{2} \cdot \{ \delta[f - (f_v - f_m)] + \delta[f - (f_v + f_m)] \}$$



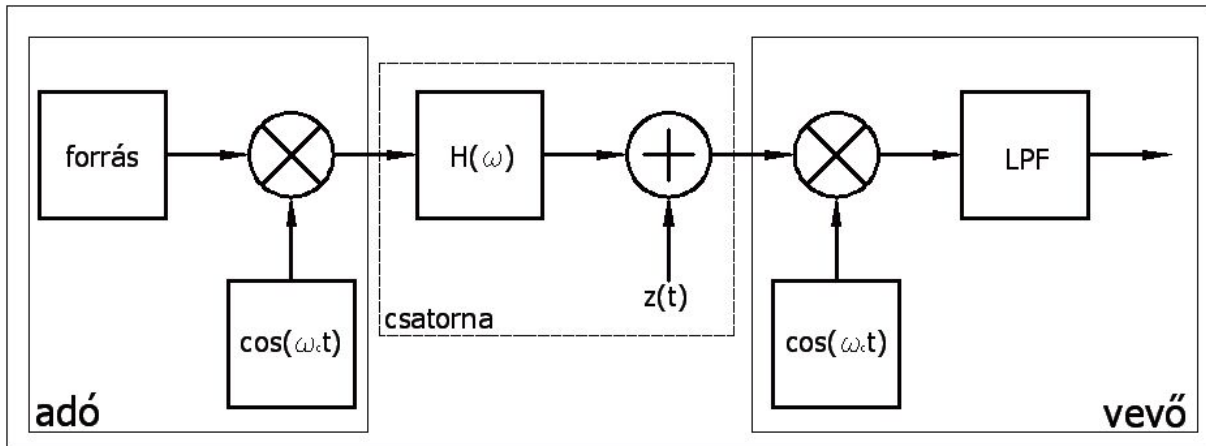
Fázisugrások a moduláló jel null-átmeneteinél. A jel spektruma:



Nincs vivő, csak két oldalsáv

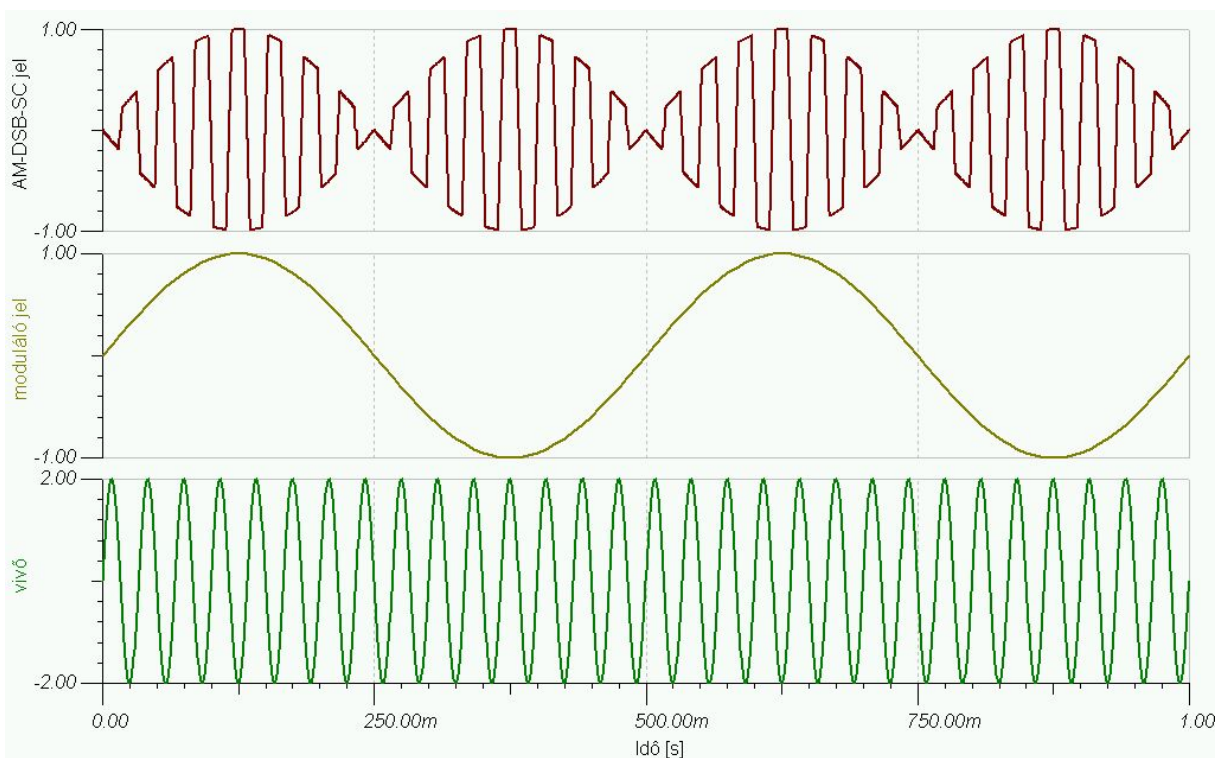
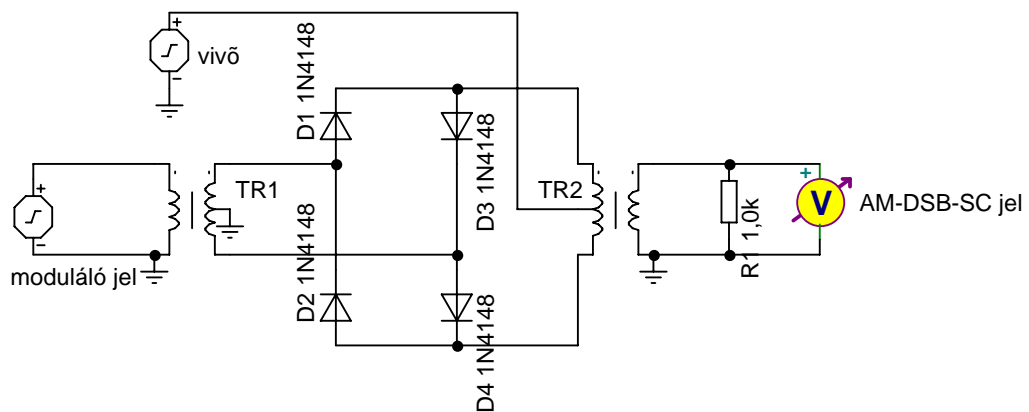


A teljes rendszer blokkvázlata:

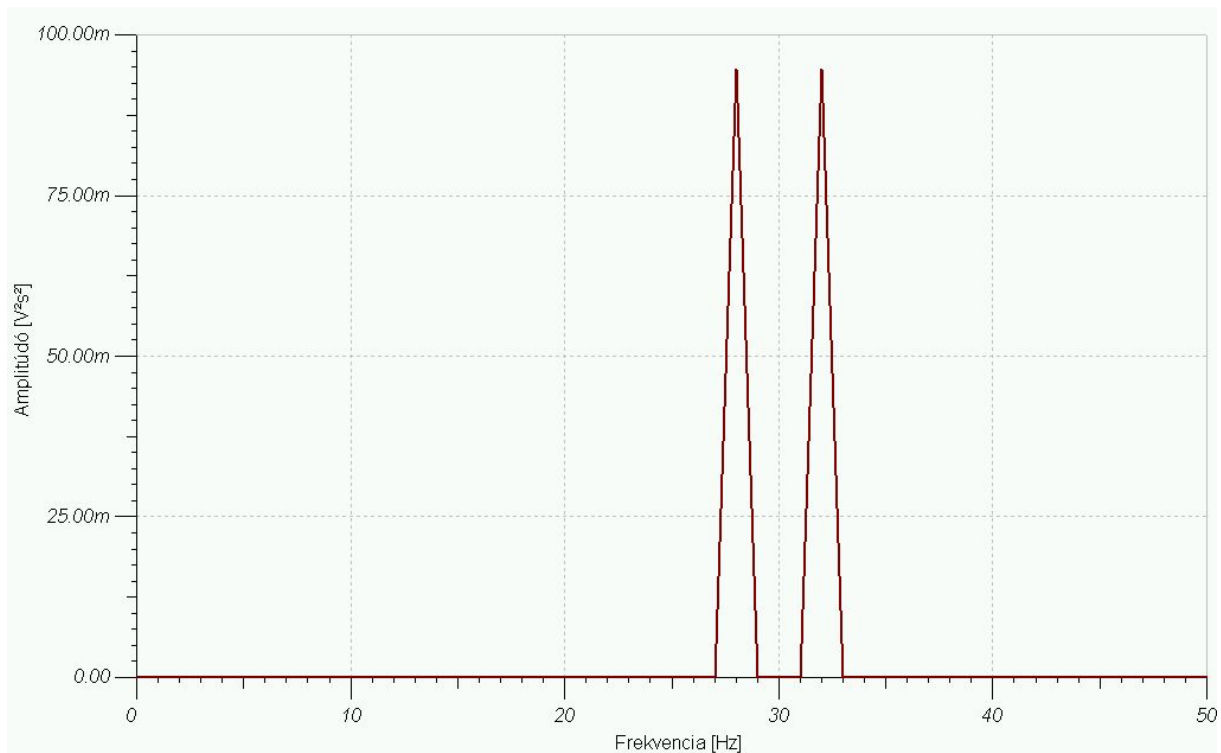


A vevőben levő aluláteresztő szűrő (LPF) a kétszeres frekvenciájú komponenseket hivatott kiszűrni (alapsávra keverünk vissza).

Az előbbi ábrán látható szorzók alatt a következő áramkört értem:







A modulált jel spektruma

Mivel mindkét oldalsáv ugyanazt az információt hordozza, ezért elegendő csak az egyiket kisugározni. Ekkor kapjuk a következő jelet:

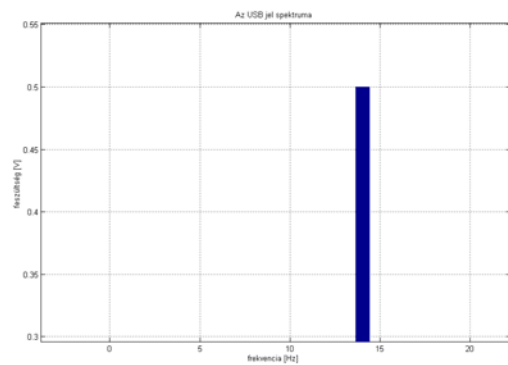
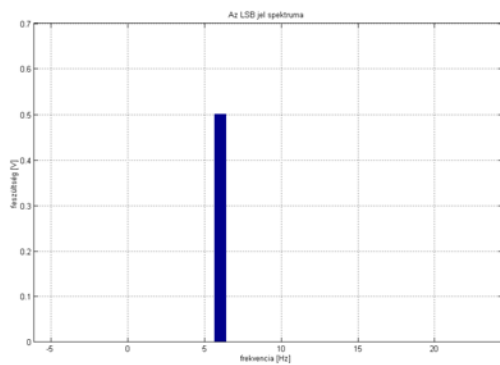
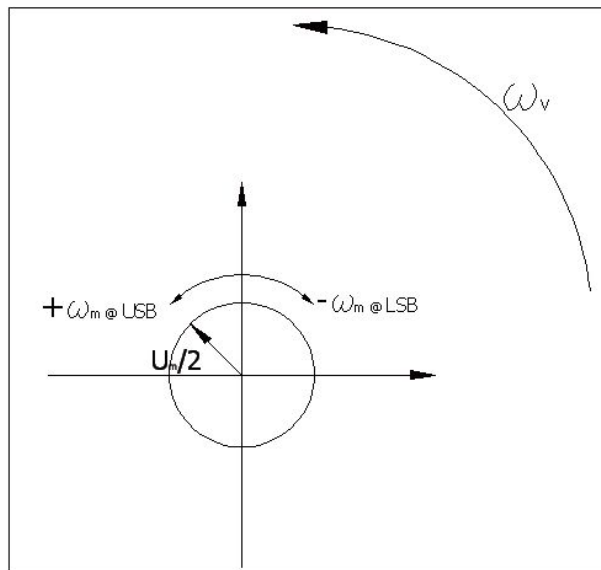
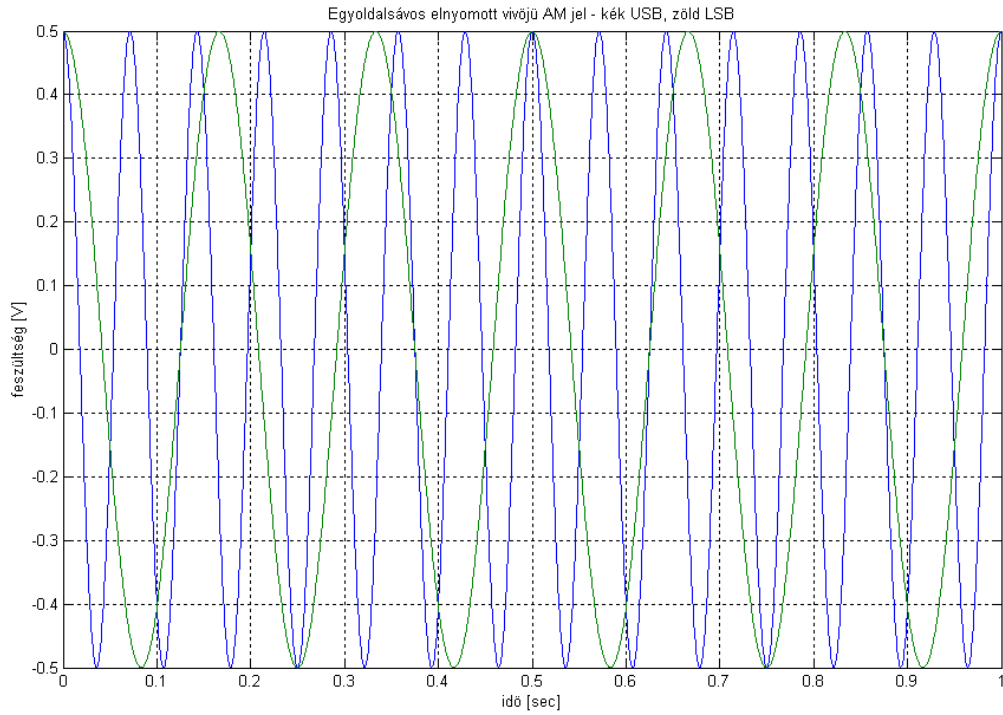
AM-SSB-SC = egyoldalsávós elnyomott vivőjű AM jel:

$$S(t) = U_m \cdot \frac{1}{2} \cdot \cos[(\omega_v \pm \omega_m) \cdot t] \text{ és } + \text{ ha felső (USB), } - \text{ ha alsó (LSB) oldalsáv.}$$

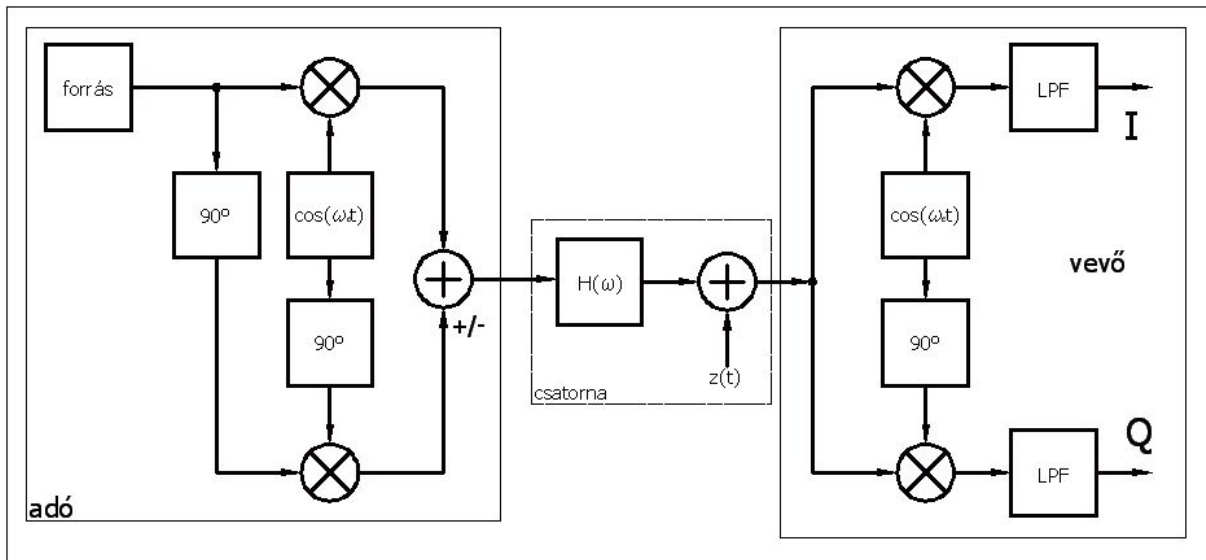
Ennek (egyoldalas) spektruma pedig:

$$S(f) = U_m \cdot \frac{1}{2} \cdot \delta[f - (f_v \pm f_m)]$$

A szinuszmodulált USB és LSB jelek a következők:



Az SSB modulátor és demodulátor a következő:



Az adóban az összegzőnél a + USB-t, a - LSB eredményez

Az AM jel sávszélessége:

$$B_{AM} = 2 \cdot f_{m,max}$$

### Szögmodulációk – PM és FM:

$$a(t) = U_v = \text{állandó}$$

Fázismoduláció:

$$\Theta(t) = \omega_v \cdot t + \Phi(t)$$

$$\Phi(t) = k_{PM} \cdot S_m(t)$$

$$S(t) = U_v \cdot \cos[\Theta(t)] = U_v \cdot \cos[\omega_v \cdot t + k_{PM} \cdot S_m(t)]$$

ahol  $k_{PM}$  a fázismodulációs tényező.

Színuszos moduláló jel esetén:

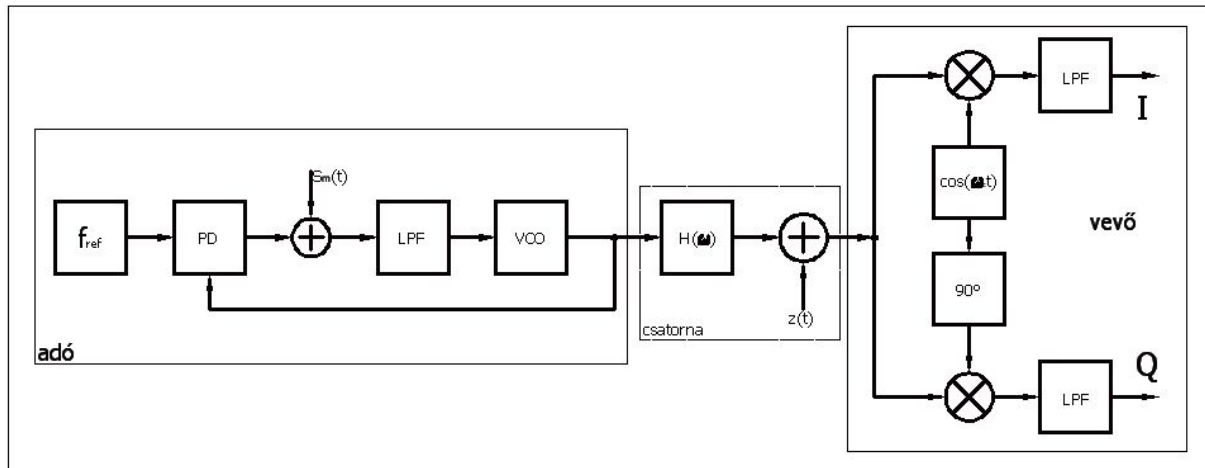
$$S_m(t) = U_m \cdot \cos(\omega_m \cdot t)$$

$$S(t) = U_v \cdot \cos[\omega_v \cdot t + k_{PM} \cdot U_m \cdot \cos(\omega_m \cdot t)] = U_v \cdot \cos[\omega_v \cdot t + \Phi_D \cdot \cos(\omega_m \cdot t)]$$

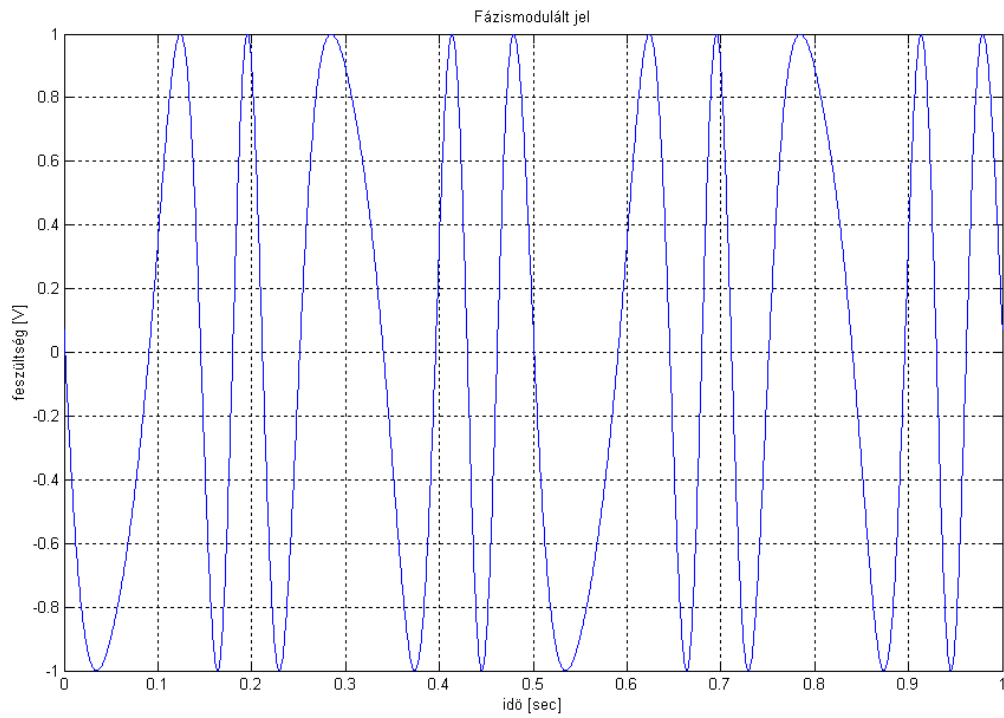
A fázislököt definíció szerint:

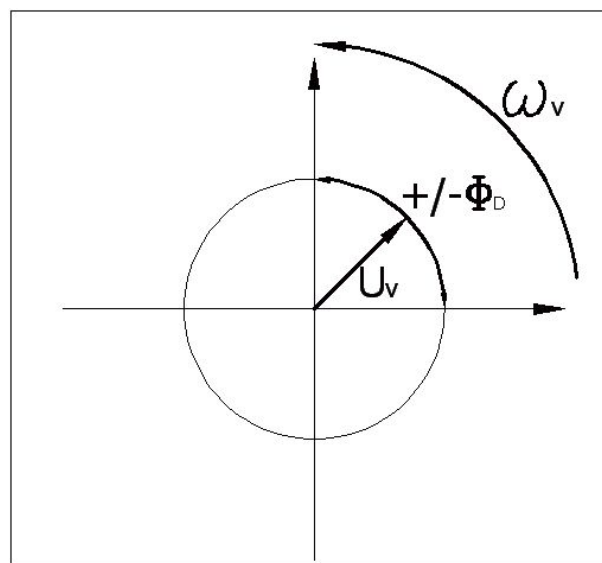
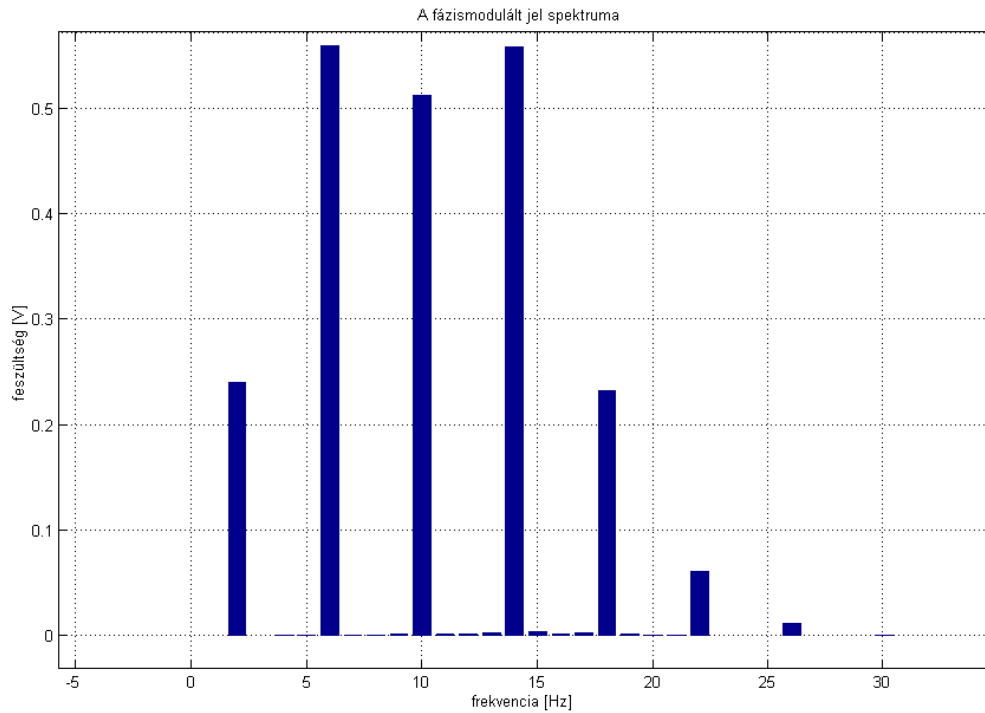
$$\Phi_D = k_{PM} \cdot U_m$$

Egy lehetséges PM adó-vevő lánc a következő:



ahol  $f_{ref}$  a referencia frekvencia, PD a fázisdetektor (digitális jelek esetén egy XOR kapu), VCO pedig a feszültség vezérelt rezgékeltő.





Frekvenciamoduláció:

$$f_p(t) = f_v + k_{FM} \cdot S_m(t)$$

$$\Theta(t) = \omega_v \cdot t + 2 \cdot \pi \cdot k_{FM} \cdot \int S_m(t) dt$$

$$S(t) = U_v \cdot \cos[\Theta(t)] = U_v \cdot \cos[\omega_v \cdot t + 2 \cdot \pi \cdot k_{FM} \cdot \int S_m(t) dt]$$

ahol  $k_{FM}$  a frekvencia modulációs tényező.

Színuszos moduláló jel esetén:

$$S_m(t) = U_m \cdot \cos(\omega_m \cdot t)$$

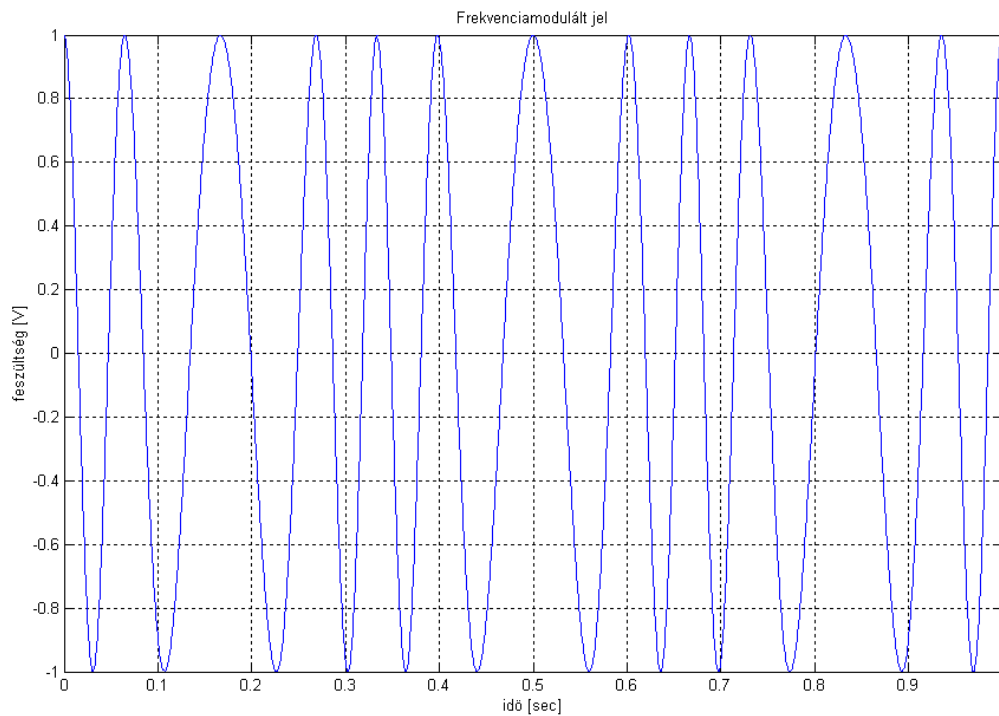
$$S(t) = U_v \cdot \cos\left[\omega_v \cdot t + 2 \cdot \pi \cdot k_{FM} \int U_m \cdot \cos(\omega_m \cdot t) dt\right] = U_v \cdot \cos\left[\omega_v \cdot t + 2 \cdot \pi \cdot k_{FM} \cdot U_m \cdot \sin(\omega_m \cdot t) \cdot \frac{1}{\omega_m}\right]$$

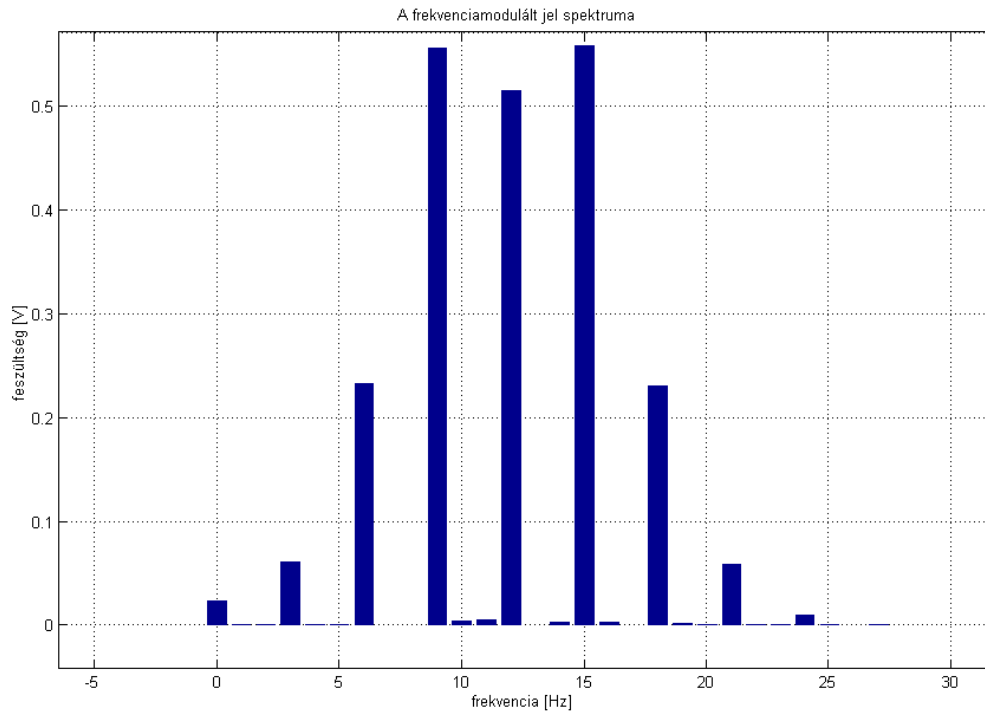
$$2 \cdot \pi \cdot k_{FM} \cdot U_m \cdot \frac{1}{\omega_m} = \frac{2 \cdot \pi \cdot k_{FM} \cdot U_m}{2 \cdot \pi \cdot f_m} = \frac{k_{FM} \cdot U_m}{f_m} = \frac{f_D}{f_m} = m$$

ahol  $f_D$  a frekvencialöklet,  $m$  pedig a modulációs index.

Az új jelölésekkel az FM jel:

$$S(t) = U_v \cdot \cos\left[\omega_v \cdot t + \frac{f_D}{f_m} \cdot \sin(\omega_m \cdot t)\right] = U_v \cdot \cos\left[\omega_v \cdot t + m \cdot \sin(\omega_m \cdot t)\right]$$





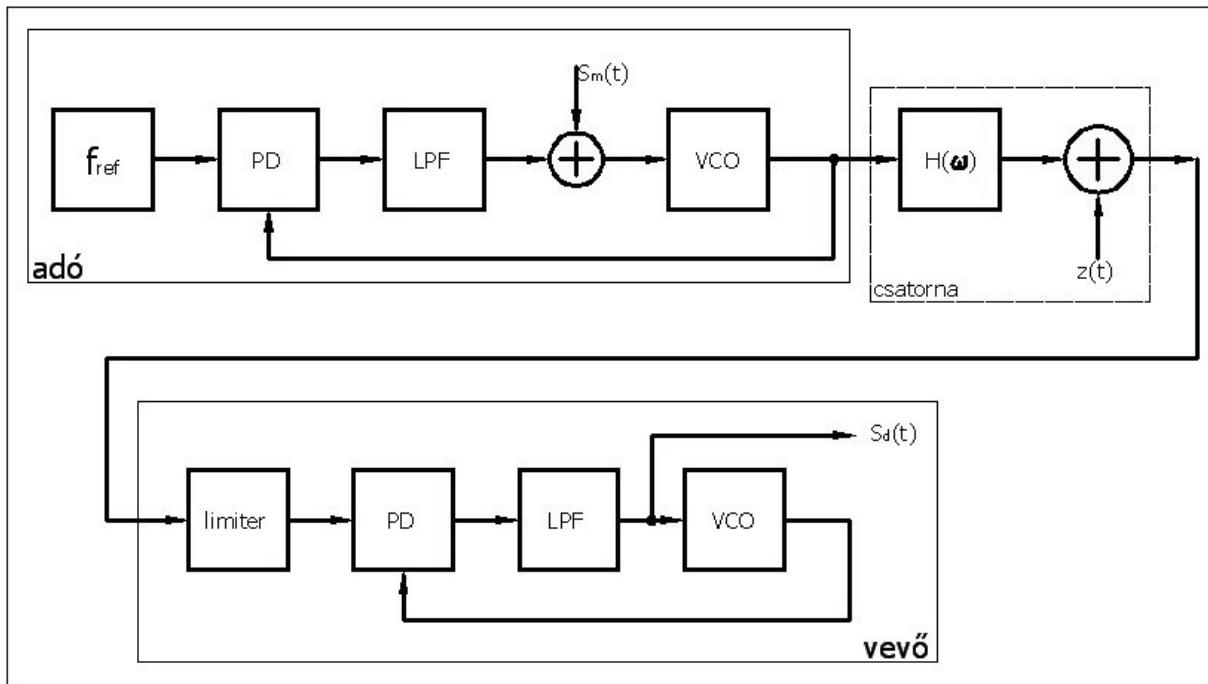
Az FM jel sávszélessége:

$$B_{FM} = \begin{cases} 2 \cdot f_m \leftarrow m \leq 0,1 \\ 2 \cdot f_D \leftarrow m \geq 10 \\ 2 \cdot f_m + 2 \cdot f_D + 2 \cdot \sqrt{f_m \cdot f_D} \leftarrow 0,1 \leq m \leq 10 \end{cases}$$

A gyakorlatban a 99%-os jelenergiához tartozó sávszélességet a Carson-képlet határozza meg:

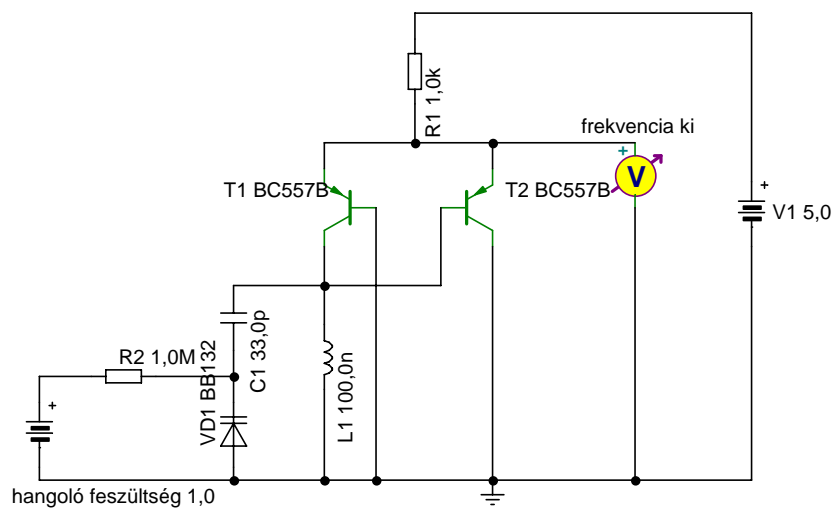
$$B_{FM} = 2 \cdot (f_D + f_{m,max})$$

Egy lehetséges FM adó-vevő struktúra blokkvázlata a következő:

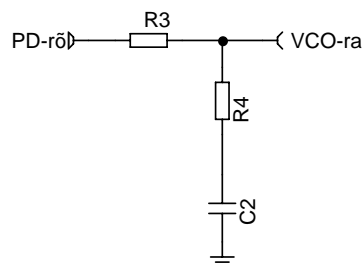


ahol mind az adó, mind pedig a vevő PLL-en (fázis zárt hurok) alapul. A moduláló jelet, mint zavaró jelet a VCO-ba csatoljuk, a demodulált FM jelet pedig a vevő oldali aluláteresztő szűrő (LPF) kimenetéről vesszük le.

Egy lehetséges feszültség vezérelt oszcillátor (VCO) kapcsolása a következő:



A PLL-ben használt aluláteresztő szűrő tipikus kapcsolása:





A számításokhoz használt MATLAB program kódja a következő:

```

close all
clear all
clc
%AM
uv=1;
um=0.5;
fv=27;
fm=3;
t=0:0.0005:1;
stam=uv*cos(2*pi*fv*t)+um*cos(2*pi*fm*t).*cos(2*pi*fv*t);
figure(1);
plot(t,stam);grid
title('AM jel 50%-os modulációs mélységgel');
xlabel('idő [sec]');
ylabel('feszültség [V]');
n=length(stam);
sfam=fft(stam)/n;
asfam=2*abs(sfam);
fsfam=angle(sfam);
df=1/(t(2)-t(1));
f=(0:df:n*df-df)/n;
figure(2);
bar(f,asfam);grid
title('AM jel spektruma');
xlabel('frekvencia [Hz]');
ylabel('feszültség [V]');
for i=1:n
    if stam(i)>=0 sdam(i)=stam(i); end;
    if stam(i)<0 sdam(i)=0; end;
end;
num=1;
den=[.1 1];
sdam=lsim(num,den,sdam,t);
figure(3);
plot(t,sdam);grid
title('A demodulált AM jel');
xlabel('idő [sec]');
ylabel('feszültség [V]');

%DSB
fv=30;
fm=2;
stdsb=um*cos(2*pi*fm*t).*cos(2*pi*fv*t);
figure(4);
plot(t,stdsb);grid
title('Kétoldalsávós elnyomott vivőjű AM jel');
xlabel('idő [sec]');
ylabel('feszültség [V]');
sfdsb=fft(stdsb)/n;
asfdsb=2*abs(sfdsb);
fsfdsb=angle(sfdsb);
figure(5);
bar(f,asfdsb);grid
title('Az AM-DSB-SC jel spektruma');
xlabel('frekvencia [Hz]');
ylabel('feszültség [V]');

%SSB
fv=10;
fm=4;
stusb=um*cos((fv+fm)*2*pi*t);
stlsb=um*cos((fv-fm)*2*pi*t);
figure(6);
plot(t,stusb,t,stlsb);grid
title('Egyoldalsávós elnyomott vivőjű AM jel - kék USB, zöld LSB');
xlabel('idő [sec]');
ylabel('feszültség [V]');
sfusb=fft(stusb)/n;
asfusb=2*abs(sfusb);
fsfusb=angle(sfusb);
sfldb=fft(stlsb)/n;
asfldb=2*abs(sfldb);
fsfldb=angle(sfldb);

%PM
kpm=3;
stpm=uv*cos(2*pi*fv*t+kpm*um*cos(2*pi*fm*t));
figure(9);
plot(t,stpm);grid
title('Fázismodulált jel');
xlabel('idő [sec]');
ylabel('feszültség [V]');
sfpm=fft(stpm)/n;
asfpm=2*abs(sfpm);
fsfpm=angle(sfpm);
figure(10);
bar(f,asfpm);grid
title('A fázismodulált jel spektruma');
xlabel('frekvencia [Hz]');
ylabel('feszültség [V]');

%FM
kfm=9;
fd=kfm*um;
fv=12;
fm=3;
stfm=uv*cos(2*pi*fv*t+fd/fm*sin(2*pi*fm*t));
figure(11);
plot(t,stfm);grid
title('Frekvenciamodulált jel');
xlabel('idő [sec]');
ylabel('feszültség [V]');
sffm=fft(stfm)/n;
asffm=2*abs(sffm);
fsffm=angle(sffm);
figure(12);
bar(f,asffm);grid
title('A frekvenciamodulált jel spektruma');
xlabel('frekvencia [Hz]');
ylabel('feszültség [V]');

```